

## Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

**Abschlussprüfung:** Mathe für W1

**Datum:** 01.07.2009

**Dauer:** 90 Minuten

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (falls vorhanden). Geben Sie auch an, wenn ein Punkt nicht existiert.

a)  $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 8 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (6 \text{ Punkte})$

b)  $f(x) = 2^{5-x} - 3 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (2 \text{ Punkte})$

c)  $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{3}{2}\right) \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (3 \text{ Punkte})$

### Aufgabe 2

Die durchschnittlichen Kosten eines Produktionsprozesses in € sind durch eine Funktion  $f(x) = 620,205 - 23,248 \cdot x + 0,218 \cdot x^2 \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$  gegeben, wobei  $x$  die produzierte Menge ist.

- a) Ist die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet (mit Begründung)? (1 Punkt)  
b) Bestimmen Sie den Scheitelpunkt der Funktion und interpretieren Sie ihr Ergebnis (5 Punkte).

### Aufgabe 3

- a) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge und die Wertemenge von  $f(x) = \sqrt{x+3}$  (2 Punkte).  
b) Zeichnen Sie die Funktion und die Umkehrfunktion (4 Punkte).

### Aufgabe 4

- a) Sie legen einen Kapitalbetrag  $K_0$  zu einem Zinssatz von  $p = 5\%$  an. Wie lange dauert es, bis sich Ihr Kapital verdoppelt hat? (3 Punkte)  
b) Zur Rückzahlung eines Darlehens einigen sich Gläubiger und Schuldner auf folgendes Verfahren:
- Acht Jahre lang eine nachschüssige Rente mit einer Rate von  $r = 660,00\text{€}$ .
  - Zusätzlich zwei einmalige Zahlungen von 12.000,00€ in 12 Jahren und 15.000,00€ in 14 Jahren.
- Wie hoch ist der heutige Wert des Darlehens, wenn der Zinssatz 4,5% p. a. beträgt? (7 Punkte)

### Aufgabe 5

Bestimmen Sie die jeweils die Lösungsmenge  $L$ :

a)  $\frac{5 \cdot x + 1}{x} \leq 7 \quad \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\} \quad (5 \text{ Punkte}),$

b)  $\frac{17}{|x+7|} = 2 \quad \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -7\} \quad (5 \text{ Punkte})$

### Aufgabe 6

- a) Lösen Sie den Ausdruck  $(a+b)^7$  auf (4 Punkte).  
b) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

b1)  $\left(\left(\sqrt[3]{x}\right)^{\frac{5}{2}}\right)^{-3}$ , b2)  $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$ , b3)  $\frac{-3 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2)}{(a+b)^3}$ , b4)  $\frac{x^3}{x^6 \left(\sqrt[6]{x}\right)^3}$   
(jeweils 1,5 Punkte)

### Aufgabe 7

Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von geometrischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

- a) Gegeben:  $a_1 = -11, q = 3$ . Gesucht:  $a_5, s_5$  (2 Punkte)  
b) Gegeben:  $a_9 = 44, a_{10} = 48$ . Gesucht:  $a_1, q, s_9$  (3 Punkte)  
c) Gegeben:  $q = -2, s_5 = 11$ . Gesucht:  $a_1, a_7$  (2 Punkte)