

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 01.07.2009

Dauer: 90 Minuten

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (falls vorhanden). Geben Sie auch an, wenn ein Punkt nicht existiert.

a) $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 8 \quad D_f = \mathbb{R}$ (6 Punkte)

b) $f(x) = 2^{5-x} - 3 \quad D_f = \mathbb{R}$ (2 Punkte)

c) $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{3}{2}\right) \quad D_f = \mathbb{R}$ (3 Punkte)

Aufgabe 2

Die durchschnittlichen Kosten eines Produktionsprozesses in € sind durch eine Funktion $f(x) = 620,205 - 23,248 \cdot x + 0,218 \cdot x^2 \quad D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ gegeben, wobei x die produzierte Menge ist.

a) Ist die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet (mit Begründung)? (1 Punkt)
 b) Bestimmen Sie den Scheitelpunkt der Funktion und interpretieren Sie ihr Ergebnis (5 Punkte).

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge und die Wertemenge von $f(x) = \sqrt{x+3}$ (2 Punkte).
 b) Zeichnen Sie die Funktion und die Umkehrfunktion (4 Punkte).

Aufgabe 4

a) Sie legen einen Kapitalbetrag K_0 zu einem Zinssatz von $p = 5\%$ an. Wie lange dauert es, bis sich Ihr Kapital verdoppelt hat? (3 Punkte)

b) Zur Rückzahlung eines Darlehens einigen sich Gläubiger und Schuldner auf folgendes Verfahren:

- Acht Jahre lang eine nachschüssige Rente mit einer Rate von $r = 660,00\text{€}$.
- Zusätzlich zwei einmalige Zahlungen von $12.000,00\text{€}$ in 12 Jahren und $15.000,00\text{€}$ in 14 Jahren.

Wie hoch ist der heutige Wert des Darlehens, wenn der Zinssatz $4,5\%$ p. a. beträgt? (7 Punkte)

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die jeweils die Lösungsmenge L :

a) $\frac{5 \cdot x + 1}{x} \leq 7 \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$ (5 Punkte),

b) $\frac{17}{|x+7|} = 2 \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -7\}$ (5 Punkte)

Aufgabe 6a) Lösen Sie den Ausdruck $(a+b)^7$ auf (4 Punkte).b) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

b1) $\left(\left(\sqrt[3]{x}\right)^{\frac{5}{2}}\right)^{-3},$ b2) $\frac{a^2 - b^2}{a+b},$ b3) $\frac{-3 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2)}{(a+b)^3},$ b4) $\frac{x^3}{x^6 \left(\sqrt[6]{x}\right)^3}$

(jeweils 1,5 Punkte)

Aufgabe 7

Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von geometrischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

a) Gegeben: $a_1 = -11, q = 3$. Gesucht: a_5, s_5 (2 Punkte)b) Gegeben: $a_9 = 44, a_{10} = 48$. Gesucht: a_1, q, s_9 (3 Punkte)c) Gegeben: $q = -2, s_5 = 11$. Gesucht: a_1, a_7 (2 Punkte)